

文章编号: 1671-1513(2004)01-0034-05

# 复合材料损伤与断裂力学研究

张 力<sup>1</sup>, 张 恒<sup>2</sup>, 李 雯<sup>1</sup>

(1. 北京工商大学 机械自动化学院, 北京 100037; 2. 郑州大学 机电学院, 郑州 450052)

**摘要:** 对纤维增强聚合物基复合材料进行了损伤与断裂力学分析, 建立了材料的模型, 采用基体横向裂纹的剪切迟滞分析获得较好的基体开裂的定量分析结果; 采用边界配置法计算各向异性材料裂纹体的应力强度因子, 建立裂纹的扩展判据, 并对纤维断裂进行了弹性分析。针对玻璃纤维/酚醛复合材料层板进行了理论和实验分析, 得到材质裂纹密度与刚度退化的相关曲线, 实验结果验证了理论分析结果的正确性; 得到应力强度因子  $S$  随裂纹尺度的变化曲线和对纤维断裂和脱胶引起的刚度退化的计算结果。

**关键词:** 复合材料; 损伤; 断裂**中图分类号:** TB332**文献标识码:** A

复合材料与金属材料有完全不同的损伤、断裂与疲劳机理。随着纤维复合材料在航天、航空、汽车等方面日益广泛应用, 对复合材料损伤、断裂力学研究和疲劳机理分析越来越重要。根据复合材料损伤与断裂机理来设计复合材料结构是结构安全可靠的保证<sup>[1~5]</sup>。

## 1 材料模型的建立

对汽车零部件用复合材料, 常采用传递模成型或模压料模塑成型工艺, 其材质和平行于制品外表面方位有一定的分层性, 根据该特征, 把纤维增强复合材料简化成一般各向异性层板作为损伤和断裂分析的力学模型。

## 2 损伤特征

损伤的基本类型通常有 4 种: 基体开裂、纤维断裂、纤维/基体脱胶和分层。上述基体损伤形式的组合导致层板的层内裂纹、层间裂纹和纤维断裂的产生。

基体开裂首先发生在局部拉伸应力较大而基体有缺陷的部位。随着载荷的增大或反复地作用, 裂纹

密度增大、联接和交叉, 导致复合材料刚度退化。采用剪切迟滞分析获得较好的基体开裂的定量分析结果。

复合材料的最终破坏多半是纤维断裂。纤维断裂和基体开裂是相关的。基体开裂导致局部应力重新分布, 使纤维集中应力增大, 发生断裂。当基体裂纹与纤维相交时, 裂纹尖端的高应力可能会使纤维/基体脱胶, 拔出、最终断裂。另外, 单根纤维断裂后引起应力重新分布, 也可能促使邻近纤维的断裂。采用边界配置法计算各向异性材料裂纹体的应力强度因子, 建立裂纹的扩展判据, 并对纤维断裂进行了弹性分析, 把材料的宏观强度和微观裂纹的扩展规律联系起来。

## 3 基体横向裂纹的剪切迟滞分析<sup>[6~8]</sup>

若设复合材料层合板某层  $i$  发生横向中心裂纹(等于第  $i$  层厚度)。如图 1 所示的一维模型分为 3 个区: 中心区为裂纹层, 裂纹长度  $a_i$ ; 两侧为约束区, 宽度为  $c$ ; 中心裂纹区两侧界面存在剪切过渡区, 宽度为  $b$ 。沿  $x$  轴长为  $dx$  的一维平衡方程:

收稿日期: 2003-10-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19972063)和北京市委组织部优秀人才资助项目。

作者简介: 张 力(1959—), 女, 湖北荆门人, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要从事机械和复合材料研究。

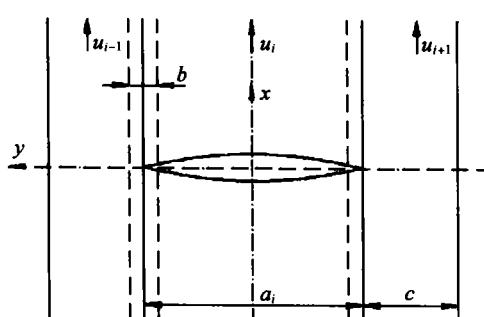


图 1 一维模型

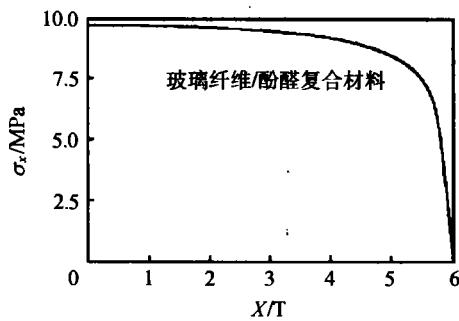
$$a_i E_i \frac{du_i^2}{dx^2} - \frac{2G}{b} (u_i - u_{i-1}) - \frac{2G}{b} (u_i - u_{i+1}) = 0 \quad (1)$$

式中,  $E_i$  为裂纹层沿  $x$  方向的杨氏弹性模量;  $G$  为基体剪切模量;  $u_i$  为板层沿  $x$  方向的平均位移。边界条件为:

$$\begin{aligned} \left. \frac{du_i}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} &= 1 & \left. \frac{du_{i+1}}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} &= 1 \\ \left. \frac{du_i}{dx} \right|_{x/T=6} &= 0 & \left. u_{i+1} \right|_{x/T=6} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中,  $2T$  为层合板厚度,  $x/T = 6$  表示横向裂纹所在位置。

对于约束区可以列出类似的 2 阶微分方程。求解上述位移表示的微分方程组, 并利用边界条件(2), 可以近似得到正应力  $\sigma_x$  的分布(图 2)。当  $x/T = 4.5$  时,  $\sigma_x$  接近于基体的断裂应力  $\sigma_u$ , 可能发生另一条横向裂纹, 并可以近似算出横向基体裂纹间距。随着外载荷的增大, 横向基体裂纹的间距将不断减少, 裂纹密度增大。

图 2 正应力  $\sigma_x$  分布

裂纹密度增大的同时, 材料的刚度不断退化。例如图 3 所示 [0/90°]<sub>s</sub>  $E$  玻璃纤维/酚醛复合材料层合板在准静态拉伸下, 刚度由初始的 21 GPa 逐渐退化到约 11 GPa。

采用上述方法对玻璃纤维/酚醛复合材料层板进行理论和实验分析, 得到材质裂纹密度与刚度退化的关系曲线, 实验结果验证了理论分析结果的正

确性, 如图 4 所示。

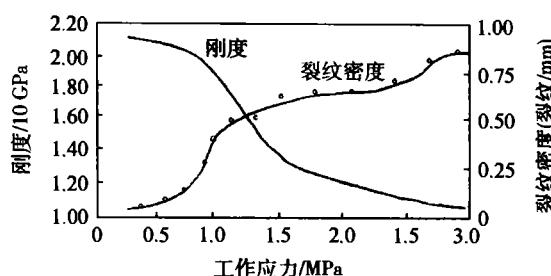
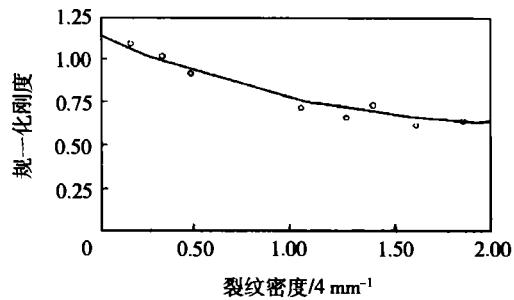
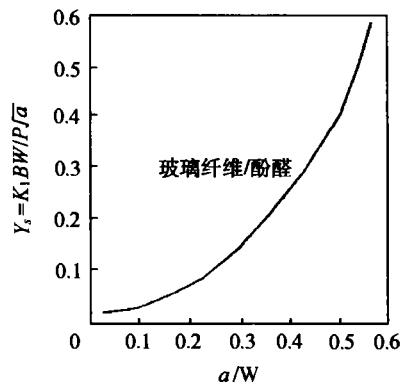
图 3  $E$  玻璃纤维/酚醛复合材料的裂纹密度与刚度退化的相关曲线

图 4 裂纹密度与刚度退化的相关曲线

#### 4 边界配置法求解各向异性裂纹体的强度因子<sup>[9]</sup>

采用参考文献[9]中的方法对玻璃纤维/酚醛复合材料层板进行计算, 得到应力强度因子  $S$  随裂纹尺度的变化曲线如图 5 所示。

图 5 应力强度因子  $S$  随裂纹尺度的变化曲线

#### 5 纤维断裂的弹性分析<sup>[6~8]</sup>

假设单根纤维裂纹在断口附近纤维/基体界面上产生较大剪应力(忽略纤维之间的相互影响)如果剪应力达到或超过界面剪切强度, 细纤维从断裂近处基体中脱胶。把实际问题简化为断纤维(以及相应

的脱胶)周期性排列于复合材料中,如图6所示。当图6中L比较其他尺寸足够大;再进一步简化为图7所示的半径a的单根纤维在复合材料中断裂。这个模型是个无限长( $-\infty < z < \infty$ )的线弹性复合材料圆柱体( $0 \leq x \leq b$ )。纤维圆柱( $0 < r \leq a$ )是均匀各向同性的,复合材料圆筒( $a < r \leq b$ )是均匀横观各向同性的。纤维的圆盘裂纹是 $z=0$ 和 $-a < r \leq a$ ,纤维脱胶为 $r=a$ 和 $-l_d < z < l_d$ ,并且问题是轴对称的。

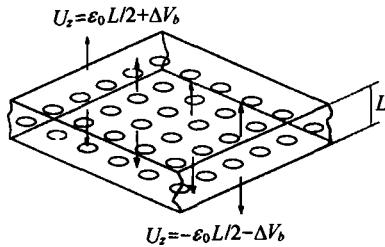


图6 断纤维在复合材料中周期性排列

应用剪切迟滞分析,考虑纤维上某单元(图7),可列纵向平衡方程

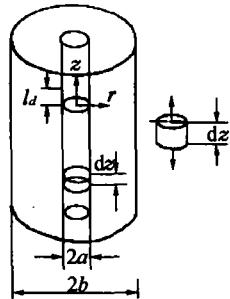


图7 单根纤维在复合材料中断裂图

$$\frac{d\sigma_{rz}^f}{dz} = -\frac{2}{a}\sigma_{rz}^f \quad (3)$$

式中, $\sigma_{rz}^f$ 为界面上剪应力; $\sigma_{zz}^f$ 为纤维正应力。

在横截面上,设外圆筒的 $u_z$ 与 $r$ 无关,而内圆柱的 $u_z$ 对 $r$ 为抛物线分布。在界面上,设:

$$\sigma_{rz}^f = G_f \gamma_{rz}^f \approx \left. \frac{\partial u_z}{\partial r} \right|_{r=a}. \quad (4)$$

对于脱胶区,根据Coulomb摩擦定律

$$\sigma_{rz}^f = -u |\sigma_{rr}^T + \sigma_{rr}^I| \quad (5)$$

式中, $G_f$ 为纤维剪切弹性模量; $\gamma_{rz}^f$ 为界面上纤维剪切应变, $\sigma_{rr}^T$ 由固化残余应力引起的; $\sigma_{rr}^I$ 是外载引起的。

又由工作应力

$$\sigma_a = Q\sigma_{rr}^I + (1-Q)\sigma_{zz}^f \quad (6)$$

其中, $Q = \frac{a^2}{b^2}$ ; $a$ 为模型的内径; $b$ 为模型的外径。

将(5)、(6)式代入平衡方程(3)式,可以导出:

$$\frac{d\sigma_{zz}^f}{dz} + \frac{1}{a_d} \sigma_{zz}^f = \frac{1}{a_f} (\sigma_{rr}^T + \omega \sigma_a) \quad (7)$$

式中, $a_d$ 、 $a_f$ 和 $\omega$ 都是与材料弹性系数和 $Q$ 相关的量。

对于粘结区,根据界面上纵向位移连续, $u_z(z) = u_0(z)$ 的条件。再考虑边界条件,则问题的解为

$$\sigma_{zz}^f = \begin{cases} \frac{a_d}{a_f} (\sigma_{rr}^T + \omega \sigma_a) (1 - e^{-l_d/a_d}) & 0 \leq z \leq l_d \\ \frac{a_b^2}{a_a^2} \sigma_f \left[ (\sigma_{rr}^T + \omega \sigma_a) (1 - e^{-l_d/a_d}) + \frac{a_b^2}{a_a^2} \sigma_a \right] e^{-(z-l_d/a_d)} & l_d < z < \infty \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\sigma_{rr}^T$ 由固化残余应力引起的; $\sigma_a$ 是工作应力; $\sigma_f$ 是纤维应力。 $a_d$ 、 $a_a$ 、 $a_b$ 和 $\omega$ 都是与材料弹性系数和 $Q$ 相关的量。

有了上述应力解,可以求出由纤维断裂引起的复合材料的刚度变化。设折算杨氏弹性模量 $E_{re}$ 有

$$\frac{1}{E_{re}} = \frac{\epsilon_a^0}{\sigma_a} = \frac{\epsilon_0 + \Delta\epsilon_b}{\sigma_a} \quad (9)$$

式中, $\epsilon_a^0$ 是断裂纤维模型的总应变, $\epsilon_0$ 是无断裂纤维的复合材料应变, $\Delta\epsilon_b$ 为由于断纤维引起的应变增量。

可以用模型的顶表面和底表面的附加位移 $\Delta V_\infty$ 表示 $\Delta\epsilon_b$ ,即

$$\Delta\epsilon_b \approx \frac{2\Delta V_\infty}{L} \quad (10)$$

再由 $\epsilon_0 = E_0 \sigma_a$ ( $E_0$ 是无损时的纵向杨氏弹性模量),则(9)式可写为

$$\frac{E_{re}}{E_0} = \frac{1}{1 + \pi a^2 N_v \phi(Q)} \quad (11)$$

式中, $N_v$ 是每单位体积的断裂纤维数;

$$\phi(Q) = \frac{2E_0 \Delta V_\infty}{\alpha Q \sigma_a} \quad (12)$$

由于

$$\Delta V_\infty = \int_0^\infty (\epsilon_{zz}^0 - \epsilon_0) dz \quad (13)$$

这里 $\epsilon_{zz}^0$ 可以由应力解(4)式以及应力-应变关系得到,因而最后可以导出

$$\frac{\Delta V_\infty}{\alpha} = \left[ \frac{(\alpha_b^2/\alpha_a^2)\sigma_a - (a_d/a_f)(\sigma_{rr}^T + \omega\sigma_a)}{\eta_{22}\eta_{11} - \eta_{12}\eta_{21}} \right] \times \left( \frac{Q}{1-Q} \eta_{11} + \eta_{21} \right) \frac{l_d}{a} + \frac{\alpha_b^2}{\alpha a^2} \sigma_a \left[ \frac{Q\eta_{11}/(1-Q) + \eta_{21}}{\eta_{22}\eta_{11} - \eta_{12}\eta_{21}} \right] +$$

$$\frac{(\alpha_d - \alpha_e) \alpha_d}{\alpha \alpha_f} (\sigma_{rr}^T + \omega \sigma_a) \left[ \frac{Q \eta_{11} / (1-Q) + \eta_{21}}{\eta_{22} \eta_{11} \eta_{12} \eta_{21}} \right] \times \\ (1 - e^{-l_d/\alpha_d}) \quad (14)$$

式中,  $\eta_{11}, \eta_{21}, \eta_{12}, \eta_{22}$  都是与材料的弹性有关的量, 若设  $b \gg a$ , 有

$$\phi_0 = \lim_{Q \rightarrow 0} \phi(Q) \quad (15)$$

可以得到,  $\phi_0$  与无量纲脱胶长度  $l_d/\alpha$  具有近似线性关系图 8.

对于玻璃纤维/酚醛复合材料层板, 在不同脱胶长度条件下, 纤维断裂和脱胶引起的刚度退化的计算结果示于图 9.

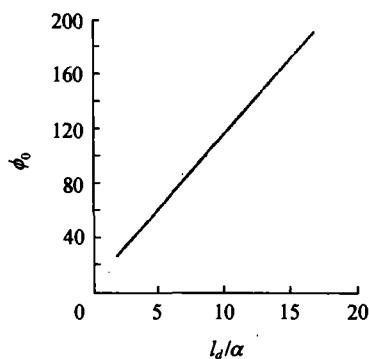


图 8  $\phi_0$  与  $l_d/\alpha$  近似线性关系图

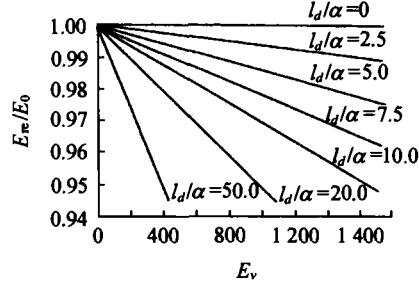


图 9 纤维断裂和脱胶引起刚度退化的计算结果

## 6 结论

1) 对纤维增强聚合物基复合材料进行了损伤与断裂力学分析, 建立了材料的模型, 采用基体横向裂纹的剪切迟滞分析获得较好的基体开裂的定量分析

结果; 采用边界配置法计算各向异性材料裂纹体的应力强度因子, 建立裂纹的扩展判据, 对纤维断裂进行了弹性分析, 把材料的宏观强度和微观裂纹的扩展规律联系起来.

2) 针对玻璃纤维/酚醛复合材料层板进行了理论和实验分析, 得到材质裂纹密度与刚度退化的相关曲线, 实验结果验证了理论分析结果的正确性.

3) 得到应力强度因子  $S$  随裂纹尺度的变化曲线和对纤维断裂和脱胶引起的刚度退化的计算结果.

## 参考文献:

- [1] Imlach J, Blair B J, laite P E. Measure and predicated force characteristics of industrial magnetic bearings [J]. ASME paper, Trib Conf Toronto, Canada, 1998.
- [2] Murray Charles J. Maglev comes to america [J]. Design News, 1989, Sept. 18(45): 82—87.
- [3] Edward W F. Flywheel to power electric car [J]. Design Engineering, 1994, 10.
- [4] Reedy E D, Street H K. Composite rim flywheels, spin tests[J]. SAMPE Quarterly, 1993, 4(10)
- [5] Penn L D, Chiao T T. Fiber composite for energy storage flywheels[J]. Annual Tech. Conf., SPI, Rp/C Inst., 1998.
- [6] 王震鸣, 杜善义, 张恒, 黎观生, 主编. 复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价[M]. 哈尔滨工业大学出版社, 1998.
- [7] 王震鸣, 等. 复合材料及其结构的力学、设计、应用和评价[M]. 北京大学出版社, 1998.
- [8] 罗祖道, 等. 复合材料力学进展[M]. 北京大学出版社, 1992.
- [9] ZHANG H, D McCAMMOND, B TABARROK. Stress determination in edge-cracked anisotropic plates by an extension of boundary-collocation method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1986(54): 187—195.

## RESEARCH OF DAMAGE AND FRACTURE MECHANICS FOR COMPOSITE MATERIAL

ZHANG Li<sup>1</sup>, ZHANG Heng<sup>2</sup>, LI Wen<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical Engineering and Automation, Beijing Technology and Business University, Beijing 100037, China; 2. College of Mechanical and Electronic Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** In this paper, a mechanical analysis of damage and fracture mechanics for fiber-reinforced polymer-matrix composite has been made. In addition, the material model has been built. By means of shear-lag analysis for crack along matrix-transverse orientation, a good result of quantitative analysis for matrix-crack opening has been obtained. With boundary-collocation method, stress-intensity factor of anisotropic-material crack has been calculated. Also the criterion for crack extension has been established. At the same time, an elastic analysis for fiber fracture has been done. In this article, glass-fiber/phenotic delaminated composite plate, as a typical example, has been analyzed theoretically and experimentally. Material-crack density and stiffness-degenerated relevant curve have been attained. Moreover the experimental result has proved the correctness of analytic result theoretically. The curve, which varies with the stress-intensity factor  $S$  changing and stiffness-degenerated calculated result because of fiber fracture and coming unglued have been obtained.

**Key words:** composite material; damage; fracture

(责任编辑:郭新元)